

Szívrezgés mechanikai szimulációja

1. Bevezetés

A szív periodikus mozgását nagy érdeklődéssel tanulmányozta sok tudós és orvos is, de ezzel a témával foglalkoztunk mindannyian, laikusok és tanult emberek is. Különböző munkák és könyvek is megjelentek erről a témáról. A szív rezgése, a szív periodikus mozgása már régen ismeretes volt. Több mint száz éve különböző méréseket és fényképezést (elektrokardiogramokat - ECG) végeznek a szívről nem csak a kórházakban, hanem az egészségházakban is. Így a szív periodikus mozgása, amplitúdója és formája is képen látható.

Az ECG összegyűjti az elektroimpulzusokat, amelyek a szívsejtek depolarizációjánál keletkeznek és átváltja hullám formájú áramba, amely feszültségét mV-ban jegyzik. Ennek alapján a szív ritmusa és működése megállapítható, továbbá a szívkamrák mérete és elhelyezkedése is. Megállapíthatók a kóros elváltozások és betegségek, továbbá a gyógyszerek hatása a szív működésére.

Már 1872-ben Alexander Muirhead, elkészítette az első készüléket amellyel kísérhette a szív rezgést.¹ A St. Bartholomew londoni kórházban a több beteg szív működését figyelte. A készülék és a beteg drótvonallal volt összekötve. A drót vége a beteg csuklójára volt felerősítve. A kapott eredményeket Alexander Muirhead a doktori disszertációja praktikus részeként mutatta ne, amelyet a Londoni Egyetem Elektromérnöki Karán védett meg.

Sanderson és Page, két brit orvos, kibővítették a tanulmányt és a Lippmann kapilláris elektrométert beiktatták saját kutatásaikba. Habár ez a szerkezet jóval kisebb és pontosabb volt az előzőnél, nem adott semmi lehetőséget az eredmény rögzítésére.²

Augustus Waller, aki a Paddington-i St. Marry kórházban dolgozott, felújította a gépet: a Lippmann kapilláris elektrométert egy vetítőgépre kapcsolta és egy elektrokardiógépet szerkesztett.³ Lehetővé tette a szív mozgásának kivetítését fénykép formájában, amely translációs mozgását egy játékvonattal érte el. A szívrezgés mint változó áramfeszültség

* Dr. Cvetityanin Livia, egyetemi rendes tanár, Újvidéki Egyetem, Műszaki Tudományok Kara, Mechanikai Tanszék, Újvidék

(mV) - reális idő függvénye lett feljegyezve. Ezt a szerkezetet Electrocardiograph-nak (ECG) nevezték el. A kisebb klinikákban még 1911-ben is ezt a gépet használták.

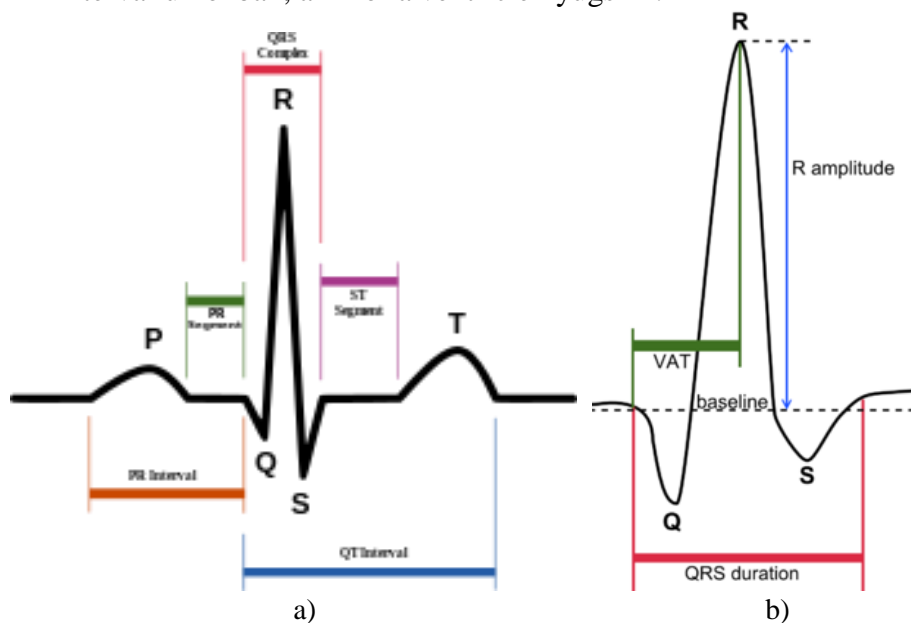


1. ábra
Az első kommerciális ECG

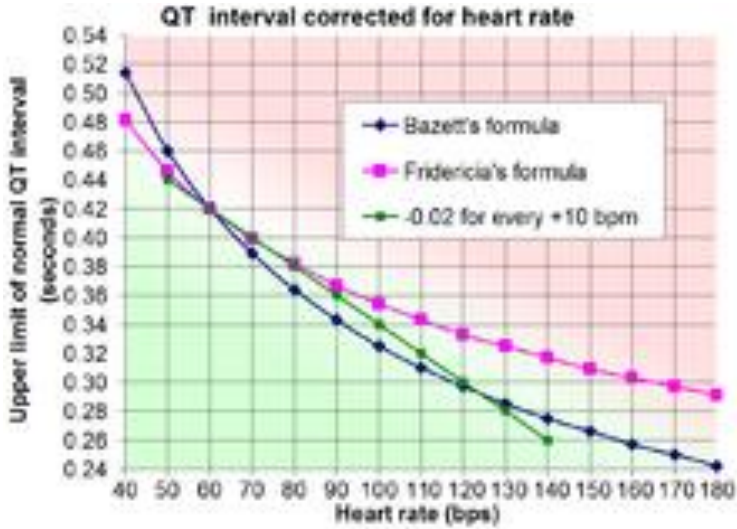
1897-ben Clément Ader, francia mérnök, egy új típusú galvanométert szerkesztett, ahol a hurok átmérője különbözött.⁴ 1901-ben ezt a találmányt, Willem Einthoven, holland mérnök, tökéletesítette és felhasználta szívrezgés diagram feljegyzésére. A gépiró részeit só oldatba mártotta és adhéziós változások történtek, amelyek lehetővé teszik a rezgések feljegyzését.^{5,6} Einthoven ECG-ja jóval érzékenyebb és pontosabb volt az előbbieknél és lehetővé tette a felírat leolvasását. 1911-ben elkészült az első kommerciális ECG készülék is (*1. ábra*). A mai készülékek hasonlítanak ezekre, azzal hogy az elektródák saját-adhézióval rendelkeznek.

Einthoven⁷ a kapott képen a P, Q, R, S and T jelöléseket vezetett be, amelyek megfelelnek a különböző szív munka ritmusának (*2. ábra*): P és T a hullám mozgásának felelnek meg (a szív előkamra depolarizálása és repolarizálása), PR és QT egy-egy intervál mozgást mutat (AV csomó depolarizálása), míg QRS egy összetett szegmens (a szív kamra depolari-

zál), míg a ST idő alatt a szívkamra depolarizálásból áttér a repolarizálásba (2a. ábra). A 2b. ábra bemutatja a QRS összetett részt és rámutat a venticulár aktivációs időre (VAT) és amplitúdóra. A tipikus szívizom ciklikus ritmusa az ECG-én P és T hullámot tartalmaz, továbbá a QRS összetett részt és egy U hullámot, amely általában (50-től - 75% -ig) az ECG nem látható, mert lefedik a T és a P hullámok. Az alapvonal az ECG-én (a horizontális szegmens) a T hullám után és a P hullám előtt lehet meghatározni, valamint a szegmensen a P hullám és a QRS összetett, vagyis PR szegmensen. Az egészséges szívnél az alapvonal ekvivalens az izoelektrikai vonallal (0mV) és meghatározza a szívizom ciklusoknak idejét, amikor nem folyik az áram a pozitív vagy negatív ECG vezeték végeire. A beteg szívizomnál az alapvonal feljebb (pl. myocardial infarction-nál) vagy lejjebb helyezkedik el a relatív izoelektrikai vonalhoz képest (például, cardiac ischaemia-nál), mivel nemreguláris áram folyik a TP és PR intervallumokban, amikor a ventricule nyugszik.

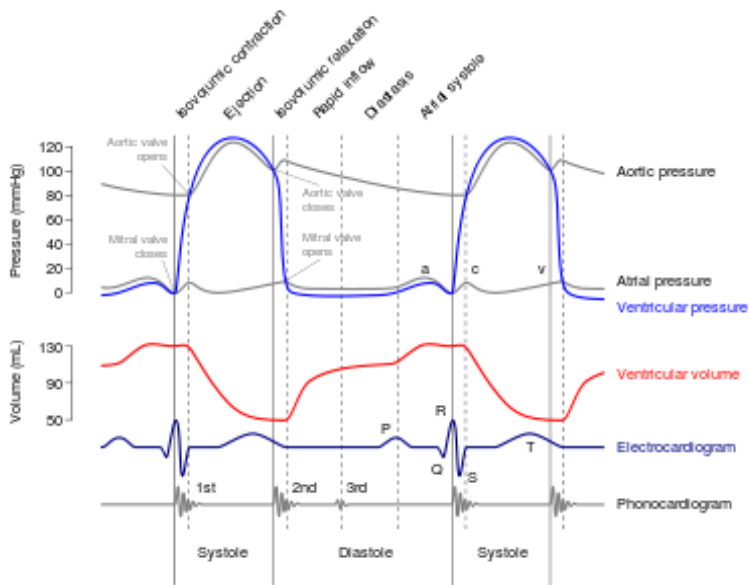


2. ábra
 a) PQRST jelzések, b)QRS intervallum



3. ábra
QT idő korrekció

A ST szegmens közel marad az izoelektrikai vonalhoz, mivel ez az az idő, amikor a ventricles teljesen depolarizáltak és semmilyen áram nem folyhat az ECG vezetékén. A működése lassabb a kellenénél.



4. ábra
Wiggers diagramok

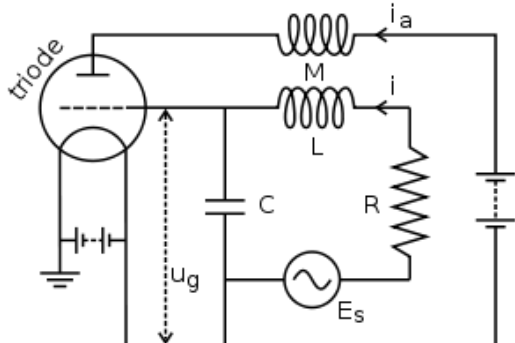
Mivel a legtöbb ECG képen nincs meghatározva a 0mV vonal, az alapvonal süllyedése az ST szegmensnél emelkedést okoz, míg az alapvonal emelkedése süllyeszti a ST szegmenst. A normális QT idő felső határa korrigálható (vagy a Bazzet, vagy a Fridericia számítása szerint): minden 10 szívdobbanás után rászámítunk 0.02s azzal hogy a felső határ nem szabad hogy átlepje a QT normális értékét többel mint 0.42s ($\leq 420\text{ms}$) (3. ábra).

1924-ben Einthoven az elért eredményeiért elnyerte az orvosi tudományok Nobel díját.

Annak ellenére, hogy az Einthoven jelzések még ma is érvényesek, az új típusú ECG-be több új találmány kerül beépítésre. Például, a nagy laboratóriumi felszerelés ráépült az egyszerű elektronikus felszerelésre, ahol a beépített számítógép leolvassa az elektronikailag felírt jegyzetet. Így nem csak a PQRST görbe vagyis az ECG (4. ábra – 3. görbe) van felírva, hanem a különböző vérnyomások: az aorta, venticular és atrial nyomások (4. ábra – 1. görbe), a ventricular köbtartalom (4. ábra – 2. görbe) és a szívhang jegyzék (4. ábra – 4. görbe). Az 4. ábrán X az idő tengelyt jelzi. A koordináns változása rámutat a szívizom működés ciklikusságára. Az egészséges szív ciklus ideje különbözik a beteg szív ciklusától. Ha az idő hosszabb a meghatározottnál, ekkor a szívstimuláció vagy a mesterségesen előidézett szívműködés hasznosnak bizonyul: a szív két ciklusa közé egy mesterséges ciklust illesztünk. Ez az ún- Pacemaker-el érhető el.

2. Van der Pol rezgőkőr

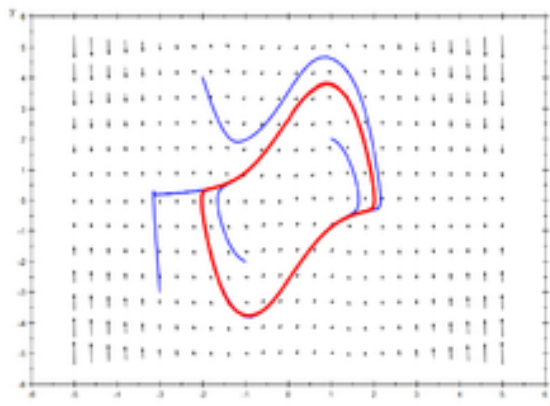
Balthazar van der Pol, holland elektromérnök és fizikus, 1927 szeptemberében a *Nature*⁸ tudományos folyóiratban kollegájával, Van der Mark-kal, egy új áramkör, a trioda vaccum cső használatát mutattak be (5. ábra). Az áramkört a Philips gyárban készítették.⁹⁻¹³



5. ábra
Áramkör egy vákuum csővel

Mérésekkel új stabil rezgéseket találtak fel. Ezeket a rezgéseket relaxációs rezgéseknek nevezték el.¹⁴ Az áram változása zárt ciklusban zajlik le (6. ábra).

6. ábra
Zárt ciklusú mozgás



Mindegyik bemenetelérték előbb-utóbb a ciklus határáig érkezik, és a stacionárius mozgás zárt ciklusává válik. A ciklus matematikai modellje:

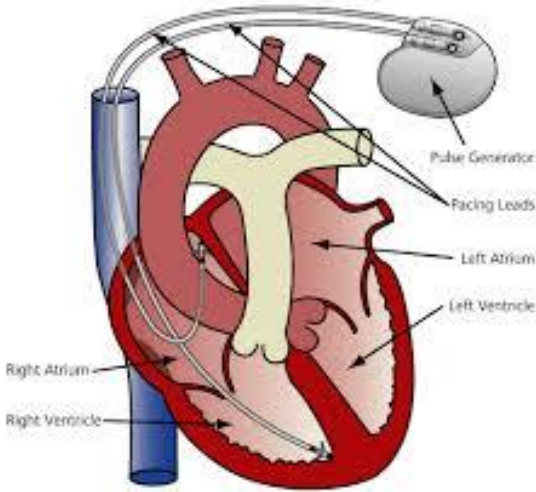
$$\frac{d^2x}{dt^2} - \mu(1 - x^2) \frac{dx}{dt} + x = 0$$

ahol b - constans, t - idő, x - időben változó függvény. Ezt az egyenletet Van der Pol egyenletnek nevezzük. A Van der Pol egyenletnek sok változata van, mivel nem csak a fizikusok és mérnökök, hanem a biológusok, vegyészek és mások is fejlesztették és használták. Például, a biológiában Fitzhugh¹⁵ és Nagumo¹⁶ modellként használták fel a neuronok működési potenciáljának megállapítására. Az egyenletet alkalmazzák a szeizmográfiában is, a síkok geológiai sérülésének megállapítására. A Van der Pol egyenletről sok munka jelent meg. Egy áttekintés a Cvetityanin¹⁷ munkájában is látható.

3. Pacemaker

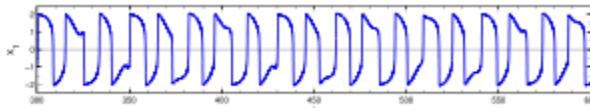
Mégis, a Van der Pol rezgőrendszer legnagyobb hasznát a szívbetegék érezték. A Van der Pol rezgőrendszeren alapszik a pacemaker (7. ábra).

Mivel a Van der Pol rendszer rezgése megfelel a szív működésének, azaz nagyon jól szimulálja a szívizom rezgését (8. ábra), ezért felhasználták ebben a szerkezetben is, amely serkenti a szív működését.^{18,19}



7. ábra
A pacemaker

Kezdetbe a ciklikus mozgás, amelyet a pacemaker adott, egy körmozgásnak felelt meg (9. ábra). Később, a Van der Pol rendszer paramétereinek változásával megváltozott a ciklus formája, amint az a 9. ábrán is látható. Ez a relaxációs rezgéseknek felel meg, mivel a Van der Pol rezgőrendszerén nemkonzervatív és a nemlineáris súrlódás tapasztalható.



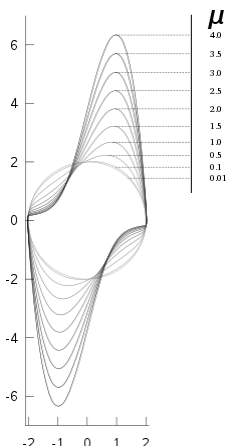
8. ábra
Időben változó rezgések

Ezen kívül, a Van der Pol rezgésrendszeren végzett kísérletek rámutattak arra, hogy egyes frekvenciáknál nemreguláris zaj jelentkezik. Ez a zaj mindig a rendszer saját frekvenciája körül hallható. Ez arra figyelmeztet, hogy a Van der Pol rezgésrendszerénél az időben változó erőt is számításba kell venni. A Van der Pol rendszer matematikai modellje, amelynél egy időben változó erő hat, a következő:

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \mu(1 - x^2) \frac{dx}{dt} + x = A \sin(\omega t)$$

ahol A és ω az erő amplitúdó és frekvencia paraméterei.²⁰⁻²³

9. ábra
Van der Pol zárt ciklusa



A zaj a determinisztikus káosz jele. Ha $A = 1.2$, $\omega = 2\pi / 10$ és $\mu = 8.53$, akkor kaotikus mozgás jelentkezik. Meg kell említeni, hogy az ember minden testrésze, így a szíve is, reguláris kaotikus mozgást végez.²⁴ Mary Cartwright, brit matematikus, volt az egyik első tudós, aki a determinisztikus káosz hatását elemezte a Van der Pol rendszerben.

A pacemaker paramétereinek fokozása a Van der Pol rendszer pontosabb modellezésével érhető el. Ezért a legújabb tanulmányok a nemlineáris jelenségeket is számításba veszik. A kibővített matematikai modell a következő:^{25,26}

$$\frac{d^2x}{dt^2} + F(x, \frac{dx}{dt}) - \mu(1 - x^2) \frac{dx}{dt} + x = A \sin(\omega t)$$

ahol az F egy erősen nemlineáris függvény. Ezen kívül, számításba lehet venni a paraméter időbeli változását. Ekkor a komplexmodell a következő:²⁷

$$\frac{d^2x}{dt^2} + F(\tau, x, \frac{dx}{dt}) - \mu(1 - x^2) \frac{dx}{dt} + x = A \sin(\omega t)$$

ahol $\tau = \varepsilon t$ a "lassú idő" és ε kis paraméter.

4. Összegzés

A mai pacemaker-t más alapon készítik, és az ilyen rezgőkört nem építik be a szerkezetbe. Annak ellenére, a szív működésének pontosabb ismerete csak úgy érhető el, ha a modellt fejlesztjük. Ezért szükséges a Van der Pol rendszer további tanulmányozása és a modell fejlesztése. Az elkövetkező időben nagyobb figyelmet kell fordítani a két szabadságfokú Van der Pol rendszerre, amely nagyobb lehetőséget ad arra, hogy több

szívmozgás paramétert számításba vegyünk és a szív működését pontosabban szimuláljuk.

Felhasznált irodalom:

1. J. *Cooper*, Electrocardiography 100 years ago. Origins, pioneers, and contributors. *N Engl J Med* 315 (7) (1986) 461–464. doi:10.1056/NEJM198608143150721.

2. J. *Burdon Sanderson*, F.J.M. *Page*, Experimental results relating to the rhythmical and excitatory motions of the ventricle of the frog heart, *Proceedings of the Royal Society* 27 (1878) 185–189: 410–414. doi:10.1098/rspl.1878.0068.

3. A.D. *Waller*, A demonstration on man of electromotive changes accompanying the heart's beat, *J. Physiol. (London)* 8(5) (1887) 229–234.

4. J.W. *Hurst*, Naming of the waves in the ECG, with a brief account of their genesis, *Circulation* 98(18) (1998) 1937–1942. doi:10.1161/01.CIR.98.18.1937.

5. W. *Interwoven*, Un nouveau galvanometre, *Arch Neerl Sc Ex Nat* 6 (1901) 625.

6. M. *Rivera-Ruiz*, C. *Cajavilca*, J. *Varon*, Einthoven's string galvanometer: The first electrocardiograph, *Texas Heart Institute Journal / from the Texas Heart Institute of St. Luke's Episcopal Hospital, Texas Children's Hospital* (PubMedcentral.nih.gov) 35(2) (1927) 174–178.

7. B.M. *Jonathan*, *Atlas of cardiovascular monitoring*, New York: Churchill Livingstone. (1998) ISBN 0-443-08891-8.

8. B. van der *Pol*, J. van der *Mark*, Frequency demultiplication, *Nature*, 120 (1927) 363-364.

9. B. van der *Pol*, A theory of the amplitude of free and forced triode vibrations. *Radio Review* 1 (1920) 701-710, 754-762.

10. E. V. *Appleton*, B. van der *Pol*, On the form of free triode vibrations, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science Ser.6(42)* (1921) 201-220.

11. B. van der *Pol*, On oscillation hysteresis in a triode generator with two degrees of freedom, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science Ser.6(43)* (1922) 700-719.

12. E. V. *Appleton*, B. van der *Pol*, On a type of oscillation-hysteresis in a simple triode generator, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science Ser.6(43)* (1922) 177-193.

13. B. van der *Pol*, Forced oscillations in a circuit with non-linear resistance (reception with reactive triode), *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science Ser.7(3)* (1927) 65-80.

14. B. van der *Pol*, On "relaxation-oscillations", The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science Ser.7(2) (1926) 978-992.
15. R. *FitzHugh*, Impulses and physiological states in models of nerve membrane, Biophysical Journal, 1 (1961) 445-466.
16. J. *Nagumo*, S. *Arimoto*, S. *Yoshizawa*, An active pulse transmission line simulating nerve axon, Proceedings of the Institute of Radio Engineers, 50 (1962) 2061-2070.
17. L. *Cveticanin*, On the Van der Pol oscillator: An overview, Applied Mechanics and Materials, 430 (2013) 3-13. Trans Tech Publications, Switzerland, doi:10.4028/www.scientific.net/AMM.430.3
18. B. van der *Pol*, J. van der *Mark*, The heartbeat considered as a relaxation oscillation, and an electrical model of the heart, The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science Ser.7(6) (1928) 763-775.
19. B. van der *Pol*, The nonlinear theory of electric oscillations, Proceedings of the Institute of Radio Engineers, 22 (1934) 1051-1086.
20. A.H. *Nayfeh*, D.T. *Mook*, Nonlinear Oscillations, Wiley, New York, 1979.
21. J.E. Flaherty, F.C. *Hoppensteadt*, Frequency entrainment of a forced van der Pol oscillator, Studies in Appl. Math., 58 (1978) 5-15.
22. M. *Levi*, Qualitative analysis of the periodically forced relaxation oscillations, Memoirs of the Amer. Math. Soc., 32(244) (1981).
23. J. *Guckenheimer*, P. *Holmes*, Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields, Springer-Verlag, 1983.
24. T. *Horita*, H. *Hata*, H. *Mori*, T. *Morita*, K. *Tomita*, S. *Kuroki*, and H. *Okamoto*, Local Structures of Chaotic Attractors and q-Phase Transitions at Attractor-Merging Crises in the Sine-Circle Maps, Progress of Theoretical Physics, 80 (1988) 793-808.
25. L. *Cveticanin*, R. *Maretic*, A Van der Pol Absorber for Rotor Vibrations, Journal of Sound and Vibration, 173(2) (1994) 145-155.
26. L. *Cveticanin*, Application of the Ateb function for the damped truly nonlinear van der Pol oscillator, 1st European-Nordic Congress of Mathematicians, Lund, Sweden, 10-13 June 2013, Proc., p. 63, 2013.
27. L. *Cveticanin*, Van der Pol oscillator with time-variable parameters, Acta Mechanica, 224(5) (2013) 945-955.